



CATEGORIA A

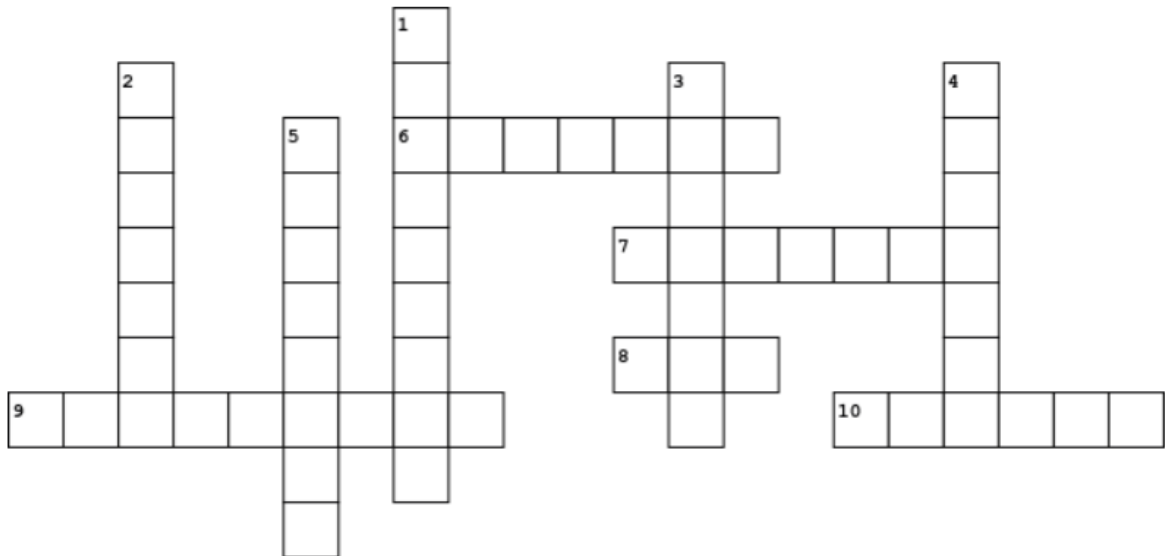
Subiect - proba scrisă

TIP SUBIECT - UTILIZARE

- 1) Dacă 4 caiete, 6 pixuri și 8 stilouri costă împreună 106 lei, aflați prețul a 15 pixuri , 10 caiete și 20 de stilouri. (10 puncte)
- 2) Care este cel mai mare număr de 4 cifre care împărțit la 2023 dă restul 2022? (10 puncte)
- 3) În câte moduri putem plăti o sumă de 250 lei dacă avem doar bancnote de 5 lei și de 10 lei? (10 puncte)
- 4) Se dă un număr de 4 cifre. După eliminarea cifrei miilor se adună cele 2 numere și se obține 2022. Determinați numărul inițial. (20 puncte)
- 5) La un concurs s-au dat 30 de întrebări grilă. Pentru un răspuns corect se acordă 5 puncte, în caz contrar se scad 3 puncte. Fiecare concurent primește 100 puncte din oficiu. (20 puncte)
- a) Andrei a dat cu 2 răspunsuri corecte mai multe decât Bogdan. Care este diferența dintre punctajele finale ale celor doi?
- b) Câte răspunsuri corecte a dat Costel dacă punctajul său final a fost 218 puncte?
- 6) Un elev rezolvă problemele dintr-o culegere în 7 zile. Dacă în fiecare zi ar fi lucrat cu 6 probleme mai puțin ar fi terminat cu 3 zile mai târziu . Aflați câte probleme sunt în culegere. (20 puncte)
- 7) Arătați ca rezultatul sumei $6 \pm 5 \pm 4 \pm 3 \pm 2 \pm 1$ nu poate fi 4 oricum am alege semnele + sau - . (10 puncte)
- 8) Un autobuz poate transportă 87 de pasageri. La prima stație, urcă 9 pasageri. La fiecare următoare stație coboară și urcă pasageri astfel: la a doua stație coboară 1 și urcă 2; la a treia stație coboară 3 și urcă 5. La a patra stație, coboară 6 și urcă 9,... După a câta stație autobuzul este plin? (20 puncte)



9) În figura de mai jos trebuie să descoperi cuvintele încrucișate, marcate cu numere de la 1 la 10, care corespund definițiilor date. Scrieți pe foaia de concurs numărul cuvântului și denumirea corectă a acestuia, folosind numai litere mici. (40 puncte)



Pe orizontală

6. Echipament ce permite transferul imaginilor/textelor de pe o foaie de hârtie, în memoria calculatorului
7. Program simplu de editare a textelor, disponibil în Windows, ce nu permite inserarea de imagini
8. Cea mai mică unitate de măsură a informației
9. Programele se deschid în acest obiect grafic
10. Operație disponibilă în Paint (termen în limba engleză) ce permite mărirea sau micșorarea unui obiect

Pe verticală

1. Echipament de intrare ce permite introducerea de date
2. Dispozitiv de ieșire ce nu poate lipsi dintr-un calculator de tip desktop
3. Păstrează temporar sau permanent informațiile
4. Sistemul de operare cel mai utilizat în lume
5. Este denumit și "creierul calculatorului", influențează decisiv performanța unui calculator

10) Scrieți pe foaia de concurs, în ordine crescătoare, următoarele valori de măsură a capacității memoriei:

96 biți, 2 Mb, 100 Gb, 10 bytes, 3072 Kb.

(20 puncte)



CATEGORIA A

Barem - proba scrisă

TIP SUBIECT - UTILIZARE

1) Rezolvare

$$4c + 6p + 8s = 106 \rightarrow 2c + 3p + 4s = 53 \quad (5 \text{ puncte})$$

$$\rightarrow 10c + 15p + 20s = 265 \quad (5 \text{ puncte})$$

2) Rezolvare

$$9999:2023 = 4 \text{ rest } 1907 \Rightarrow \quad (5 \text{ puncte})$$

$$\text{Cel mai mare este } 2023 \cdot 3 + 2022 = 8091 \quad (5 \text{ puncte})$$

3) Rezolvare

$$5a + 10b = 250 \rightarrow a + 2b = 50 \quad (5 \text{ puncte})$$

$$\text{Condiții: } a \text{ par și } a \leq 50 \rightarrow a \in \{0, 2, 4, 6, \dots, 50\} \text{ adică } 26 \text{ moduri} \quad (5 \text{ puncte})$$

4) Rezolvare

$$\overline{abcd} + \overline{bcd} = 2022 \quad (4 \text{ puncte})$$

$$1000 \cdot a + 2 \cdot \overline{bcd} = 2022 \quad (6 \text{ puncte})$$

$$\text{Cum } b \neq 0, \text{ atunci } a = 1 \quad (6 \text{ puncte})$$

$$\text{Finalizare } \overline{abcd} = 1511, b = 0 \Rightarrow \overline{abcd} = 2011 \quad (4 \text{ puncte})$$

5) Rezolvare

a) un răspuns corect = 5p (2 puncte)

un răspuns greșit = 3p (2 puncte)

Diferența = 8p deci pentru 2 corecte mai mult 16 puncte (6 puncte)

b) Dacă a pierdut 32 puncte ($30 \cdot 5 - 118$) și am văzut la b) ca un punct pierdut scade cu 8 puncte totalul \rightarrow 4 răspunsuri greșite (4 puncte)

Finalizează și găsește 26 corecte și 4 greșite (6 puncte)

6) Rezolvare

Dacă ar fi lucrat cu 6 probleme mai puțin ar fi rămas $7 \cdot 6 = 42$ probleme (10 puncte)

În 3 zile, adică 14/zi în total $14 \cdot 10 = 140$ probleme (10 puncte)



7) Rezolvare

Suma $1+2+3+4+5+6 = 21$ – număr impar. Paritatea expresiei $6\pm5\pm4\pm3\pm2\pm1$ este mereu aceeași indiferent de cum se aleg semnele + sau - (5 puncte)

Deci este număr impar. Nu poate să fie număr par(4). (5 puncte)

Sau: O suma în care sunt fix 3 numere impare este un număr impar.

8) Rezolvare

La a doua stație numărul pasagerilor crește cu 1; la următoarea cu 2

La a n-a stație cu n-1 (10 puncte)

Deci $9+1+2+3+\dots=87$, $1+2+3+\dots+n-1=78$ $n=13$ (10 puncte)

9) Rezolvare

Se acordă 40 puncte în total (câte 4 puncte pentru fiecare definiție corectă)

Definiția 1 - tastatură

Definiția 2 - monitor

Definiția 3 - memoria

Definiția 4 - windows

Definiția 5 - procesor

Definiția 6 - scanner

Definiția 7 - wordpad

Definiția 8 - bit

Definiția 9 - scanner

Definiția 10 - resize

10) Rezolvare

20 puncte:

se acordă câte 4 puncte pentru fiecare valoare corect poziționată în șir:

10 bytes, 96 biti, 2Mb, 3072Kb, 100Gb



CATEGORIA A

Subiect - proba scrisă

TIP SUBIECT – PROGRAMARE

- 1) Dacă 4 caiete, 6 pixuri și 8 stilouri costă împreună 106 lei, aflați prețul a 15 pixuri , 10 caiete și 20 de stilouri. (10 puncte)
 - 2) Care este cel mai mare număr de 4 cifre care împărțit la 2023 dă restul 2022? (10 puncte)
 - 3) În câte moduri putem plăti o sumă de 250 lei dacă avem doar bancnote de 5 lei și de 10 lei? (10 puncte)
 - 4) Se dă un număr de 4 cifre. După eliminarea cifrei miilor se adună cele 2 numere și se obține 2022. Determinați numărul inițial. (20 puncte)
 - 5) La un concurs s-au dat 30 de întrebări grilă. Pentru un răspuns corect se acordă 5 puncte, în caz contrar se scad 3 puncte. Fiecare concurent primește 100 puncte din oficiu. (20 puncte)
- a) Andrei a dat cu 2 răspunsuri corecte mai multe decât Bogdan. Care este diferența dintre punctajele finale ale celor doi?
- b) Câte răspunsuri corecte a dat Costel dacă punctajul său final a fost 218 puncte?
- 6) Un elev rezolvă problemele dintr-o culegere în 7 zile. Dacă în fiecare zi ar fi lucrat cu 6 probleme mai puțin ar fi terminat cu 3 zile mai târziu . Aflați câte probleme sunt în culegere. (20 puncte)
 - 7) Arătați ca rezultatul sumei $6 \pm 5 \pm 4 \pm 3 \pm 2 \pm 1$ nu poate fi 4 oricum am alege semnele + sau - . (10 puncte)
 - 8) Un autobuz poate transportă 87 de pasageri. La prima stație, urcă 9 pasageri. La fiecare următoare stație coboară și urcă pasageri astfel: la a doua stație coboară 1 și urcă 2; la a treia stație coboară 3 și urcă 5. La a patra stație, coboară 6 și urcă 9,... După a câta stație autobuzul este plin? (20 puncte)



9) Se consideră algoritmul alăturat prin care se dorește determinarea cifrei minime a unui număr cu exact trei cifre.

Cerințe:

a) Scrieți pe foaia de concurs algoritmul, completând punctele de suspensie astfel încât programul rezultat să rezolve corect cerința, știind că variabila u este utilizată pentru a memora cifra unităților, variabila z este utilizată pentru a memora cifra zecilor, iar variabila s este utilizată pentru a memora cifra sutelor numărului citit. (7p)

b) Scrieți un algoritm echivalent (care rezolvă aceeași problemă) folosind numai două structuri de decizie (18p)

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n,s,z,u,minim;
    minim=.....;
    cin>>n;
    u=.....;
    z=.....;
    s=.....;
    if(.....)
        minim=u;
    if(.....)
        minim=z;
    if(.....)
        minim=s;
    cout<<minim;
    return 0;
}
```

10) Se consideră algoritmul alăturat în care valoarea citită pentru variabila n este număr natural cu cel mult 9 cifre.

Cerințe:

a) Scrieți pe foaia de concurs ce va afișa programul dacă pentru variabila n se citește valoarea 375. Justificați prin calcule răspunsul dat. (10p)

b) Scrieți pe foaia de concurs o valoare cu exact 4 cifre care poate fi citită pentru variabila n astfel încât programul să afișeze 1. Justificați prin calcule răspunsul dat. (10p)

c) Dați un enunț de problemă a cărei rezolvare se poate realiza prin programul alăturat. (15p)

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n;
    cin>>n;
    if(n==0)
        cout<<1;
    else
        if(n%4==1)
            cout<<7;
        else
            if(n%4==2)
                cout<<9;
            else
                if(n%4==3)
                    cout<<3;
                else
                    cout<<1;
    return 0;
}
```



CATEGORIA A

Barem - proba scrisă

TIP SUBIECT – PROGRAMARE

1) Rezolvare

$$4c + 6p + 8s = 106 \rightarrow 2c + 3p + 4s = 53 \quad (5 \text{ puncte})$$

$$\rightarrow 10c + 15p + 20s = 265 \quad (5 \text{ puncte})$$

2) Rezolvare

$$9999:2023 = 4 \text{ rest } 1907 \Rightarrow \quad (5 \text{ puncte})$$

$$\text{Cel mai mare este } 2023 \cdot 3 + 2022 = 8091 \quad (5 \text{ puncte})$$

3) Rezolvare

$$5a + 10b = 250 \rightarrow a + 2b = 50 \quad (5 \text{ puncte})$$

$$\text{Condiții: } a \text{ par și } a \leq 50 \rightarrow a \in \{0, 2, 4, 6, \dots, 50\} \text{ adică } 26 \text{ moduri} \quad (5 \text{ puncte})$$

4) Rezolvare

$$\overline{abcd} + \overline{bcd} = 2022 \quad (4 \text{ puncte})$$

$$1000 \cdot a + 2 \cdot \overline{bcd} = 2022 \quad (6 \text{ puncte})$$

$$\text{Cum } b \neq 0, \text{ atunci } a = 1 \quad (6 \text{ puncte})$$

$$\text{Finalizare } \overline{abcd} = 1511 \quad (4 \text{ puncte})$$

5) Rezolvare

a) un răspuns corect = 5p (2 puncte)

un răspuns greșit = 3p (2 puncte)

Diferența = 8p deci pentru 2 corecte mai mult 16 puncte (6 puncte)

b) Dacă a pierdut 32 puncte ($30 \cdot 5 - 118$) și am văzut la b) ca un punct pierdut scade cu 8 puncte totalul \rightarrow 4 răspunsuri greșite (4 puncte)

Finalizează și găsește 26 corecte și 4 greșite (6 puncte)

6) Rezolvare

Dacă ar fi lucrat cu 6 probleme mai puțin ar fi rămas $7 \cdot 6 = 42$ probleme (10 puncte)

În 3 zile, adică 14/zi în total $14 \cdot 10 = 140$ probleme (10 puncte)



7) Rezolvare

Suma $1+2+3+4+5+6 = 21$ – număr impar. Paritatea expresiei $6\pm5\pm4\pm3\pm2\pm1$ este mereu aceeași indiferent de cum se aleg semnele + sau - (5 puncte)

Deci este număr impar. Nu poate să fie număr par(4). (5 puncte)

Sau: O suma în care sunt fix 3 numere impare este un număr impar.

8) Rezolvare

La a doua stație numărul pasagerilor crește cu 1; la următoarea cu 2

La a n-a stație cu n-1 (10 puncte)

Deci $9+1+2+3+\dots=87$, $1+2+3+\dots+n-1=78$ $n=13$ (10 puncte)

9) Rezolvare

a) Se acordă câte 1 punct pentru fiecare element completat corect.

- `minim=9` sau o valoare mai mare decât 9
- `u=n%10`
- `z=n/10%10` sau `z=n%100/10`
- `s=n/100`
- `u<minim`
- `z<minim`
- `s<minim`

b) Se acordă câte 5 puncte pentru inițializarea minimului cu una dintre cifre, compararea minimului cu fiecare dintre celelalte două cifre și 3 puncte pentru corectitudinea globală a algoritmului.

O soluție posibilă este:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n,s,z,u,minim;
    cin>>n;
    u=n%10;
    z=n/10%10;
    s=n/100;
    minim=u;
    if(minim>z)
        minim=z;
    if(minim>s)
        minim=s;
    cout<<minim;
    return 0;
}
```




10) Rezolvare

- a) Se acordă 5 puncte pentru răspuns corect (se va afișa 3) și 5 puncte pentru calculele justificative. $375=4*93+3$, deci restul este 3. În cazul în care restul este 3, programul afișează valoarea 3.
- b) Se acordă 5 puncte pentru orice număr de 4 cifre care se divide cu 4 și 5 puncte pentru calculele justificative.
- c) Se acordă 10 puncte pentru un enunț principal corect și suplimentar 5 puncte pentru un enunț care conține referirea la ultima cifră a numărului 7^n .



CATEGORIA B

Subiect - proba scrisă

- 1) Calculați partea întreagă a numărului $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2}$.
(10 puncte)
- 2) Câte numere de trei cifre nu conțin cifrele 2 și 3 simultan?
(20 puncte)
- 3) Să se determine numerele prime: a, b, c știind că $a+b \cdot c=2023$, iar b și c sunt 2 numere prime de 2 cifre.
(10 puncte)
- 4) Se consideră o mulțime M de numere reale care verifică proprietățile:
 - a) $1 \in M$;
 - b) Dacă $x \in M$, atunci $(2x + 3) \in M$;
 - c) Dacă $(4x + 5) \in M$, atunci $x \in M$.Arătați că mulțimea M conține cel puțin cinci numere prime.
(20 puncte)
- 5) Fie numerele $x = \frac{3n+2}{4}$ și $y = \frac{5n+a}{6}, n \in \mathbb{N}$.
Dacă $a = 1$, să se arate că x și y nu pot fi, simultan, numere naturale.
(10 puncte)
- 6) Un șir este format din numere naturale de 7 cifre care încep sau se termina cu 2023.
Care este cel mai mic număr din șir? Dar cel mai mare?
Câți termeni are șirul?
Dacă termenii șirului se scriu în ordine crescătoare care este al 217-lea termen din șir?
(20 puncte)
- 7) Câte triplete (x, y, z) cu $x, y, z > 0$, exista astfel încât numărul $\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)}$ să fie pătratul unui număr rațional?
(20 puncte)



8) Alegem opt numere din mulțimea $\{0,1,2, \dots, 12\}$ și le așezăm în vârfurile unui cub.

a) Arătați că putem proceda în așa fel încât suma numerelor din oricare două vârfuri care pot fi unite printr-o muchie să fie divizibilă cu 3.

b) Arătați că nu putem proceda în așa fel încât suma numerelor din oricare două vârfuri care pot fi unite printr-o muchie să fie divizibilă cu 2.

(10 puncte)

9) Se consideră secvența de mai jos scrisă în limbajul C++, în care variabilele a și b memorează două numere naturale:

```
if(a>b)
    swap(a,b);
long long int s=0;
for(int i=a;i<=b;++i)
{
    int cp=0,ci=0,n=i;
    while(n)
    {
        int c=n%10;
        if(c%2==0)
            ++cp;
        else
            ++ci;
        n/=10;
    }
    if(cp==ci)
        s+=i;
}
cout<<s;
```

a) Care este valoarea afișată de această secvență de program dacă inițial variabila a memorează valoarea 56 și variabila b memorează valoarea 71?

(20 puncte)



b) Care este valoarea afișată de această secvență de program dacă inițial variabila a memorează valoarea 1310 și variabila b memorează valoarea 1340?

(20 puncte)

c) Scrieți un enunț de problemă a cărei rezolvare se poate realiza prin secvența dată.

(10 puncte)

10) În secvența de mai jos, A este o matrice cu elemente întregi, cu 10 linii și 10 coloane în care liniile și coloanele sunt indexate de la 0. Completați secvența dată astfel încât în urma executării ei, să se afișeze numărul de elemente strict negative de pe linia X, elemente aflate pe coloane cu numere de ordine divizibile cu 2.

(10 puncte)

```
k ← .....  
  pentru (i ← 0; i ≤ .....; i++)  
    [   dacă (.....) k ← k+1;  
        scrie k;  
    ]  
  ]  
-□
```



CATEGORIA B

Barem - proba scrisă

1. Calculați partea întreagă a numărului $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2}$.

Rezolvare

Rezultat clasic: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ 3p

Cum $\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k \cdot k} < \frac{1}{(k-1) \cdot k} \rightarrow 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2} < 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{2022 \cdot 2023} = 1 + \frac{2022}{2023} < 2$ 5p

In concluzie $[1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2023^2}] = 2$ 2p

2. Câte numere de trei cifre nu conțin cifrele 2 și 3 simultan?

Rezolvare

Numărul numerelor de 3 cifre este 900 2p

Numarul numerelor care conțin două cifre de 2 și o cifră de 3 (223,232,322) – 3 numere 2p

Numarul numerelor care conțin două cifre de 3 și o cifră de 2 (332,323,233) – 3 numere 2p

Numarul numerelor care conțin exact o cifră 2 și o cifră de 3
 de forma $\overline{a23}$ sau $\overline{a32} \rightarrow 14$ numere 4p

de forma $\overline{2a3}$ sau $\overline{3a2} \rightarrow 16$ numere 4p

de forma $\overline{23a}$ sau $\overline{32a} \rightarrow 16$ numere 4p

Finalizare: sunt 848 numere 2p

3. Să se determine numerele prime: a,b,c știind că $a+b \cdot c=2023$, iar b și c sunt 2 numere prime de 2 cifre.

Rezolvare

Fie $b=\overline{xy}$ și $c=\overline{zt}$ cele 2 numere prime impare 2p

Atunci a este prim si par, adică $a = 2$ 3p

Finalizare $b \cdot c = 2021$ și $b=43$ și $c=47$ sau $b=47$ și $c=43$ 5p

4. Se consideră o mulțime M de numere reale care verifică proprietățile:

a) $1 \in M$;

b) Dacă $x \in M$, atunci $(2x + 3) \in M$;

c) Dacă $(4x + 5) \in M$, atunci $x \in M$.

Arătați că mulțimea M conține cel puțin cinci numere prime.

Rezolvare

$1 \in M \rightarrow 2 * 1 + 3 = 5$ (nr. prim) 4p

$5 \rightarrow 2 * 5 + 3 = 13$ (nr. prim) 4p

$2 * 13 + 3 = 29$ (nr. prim) 4p

$29 \rightarrow 2 * 29 + 3 = 61$ (nr. prim) 4p

De asemenea, dacă $13 \in M$ și $4 * 2 + 5 = 13 \rightarrow 2 \in M$ 4p



5. Fie numerele $x = \frac{3n+2}{4}$ și $y = \frac{5n+a}{6}$, $n \in \mathbb{N}$. Dacă $a = 1$, să se arate că x și y nu pot fi, simultan, numere naturale.

Rezolvare

$$x = \frac{3n+2}{4} \text{ și } y = \frac{5n+1}{6} \rightarrow n = \frac{4x-2}{3} = \frac{6y-1}{5} \text{ cu } n, x, y \text{ numere naturale} \dots\dots\dots 5p$$

Din ultima egalitate se obtine $20x-10=18y-3$ adica o egalitate intre un numar par si unul impar ceea ce e evident, nu este posibil 5p

6. Un sir este format din numere natural de 7 cifre care incep sau se termina cu 2023

- a) Care este cel mai mic numar din sir ? Dar cel mai mare ?
- b) Cati termeni are sirul ?
- c) Daca termenii sirului se scriu in ordine crescatoare care este al 217-lea termen din sir ?

Rezolvare

- a) 1002023; 9992023 4p
- b) $\overline{2023abc}$ → 1000 numere 4p
- $\overline{abc2023}$ → 900 numere 4p
- Finalizare 1900 numere 2p
- c) 2023113 (cu justificare) 6p

7. Câte triplete (x, y, z) cu $x, y, z > 0$, exista astfel incat $\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)}$ sa fie patratul unui numar rational ?

Rezolvare

$$\overline{x, y(z)} + \overline{y, z(x)} + \overline{z, x(y)} = \frac{100(x+y+z)}{90} = \left(\frac{10}{3}\right)^2 \frac{x+y+z}{10} \Rightarrow x+y+z = 10k^2 \dots\dots\dots 4p$$

$3 \leq x+y+z \leq 27 \Rightarrow k=1 \Rightarrow x+y+z=10 \dots\dots\dots 6p$

pt $x=1$ avem 8 soluții 6p

pt. $x=2$ avem 7 soluții, ..., pt. $x=8$ avem 1 soluție..... 2p

Finalizare $1+2+\dots+8=36$ soluții 2p

8. Alegem opt numere din multimea $\{0,1,2, \dots, 12\}$ si le asezăm in vârfulurile unui cub.

- a) Arătați că putem proceda în așa fel încât suma numerelor din oricare două vârfuluri care pot fi unite printr-o muchie să fie divizibilă cu 3.
- b) Arătați că nu putem proceda în așa fel încât suma numerelor din oricare două vârfuluri care pot fi unite printr-o muchie sa fie divizibilă cu 2 .

Rezolvare

a) Fie cubul ABCDA'B'C'D'. O posibila configuratie: 4p

A-1; B-2; C-4; D-5
A'-8 ;B'-10 ; C'-11 ; D'-7

b) Daca in A repartizam un numar par ⇒ punctelor B, D si A' trebuie sa le corespunda tot numere pare.

B are nr. par ⇒ B', C trebuie sa aiba tot numere pare.

D are nr. par ⇒ D' trebuie sa aiba nr.par.

C are nr. par ⇒ C' trebuie sa aiba nr. par.

Prin urmare toate varfurile trebuie sa aiba repartizate nr. pare 3p

Dar in $\{0,1,2,\dots,12\}$ nu exista decat 7 numere pare, iar cubul are 8 varfuri..... 2p

Pentru nr. impare rationamentul este analog..... 1p



CATEGORIA C

Subiect - proba scrisă

- 1) Care este valoarea maximă a expresiei $E(x) = (x - 2)(4 - x)$, unde x este număr real?
(10 puncte)
- 2) Calculați prima zecimală a părții fracționare a numărului $a = -\sqrt{3}$.
(10 puncte)
- 3) Formăm cu toate numerele de patru cifre care se pot forma cu cifrele 1, 2, 3 și 4 (un astfel de număr este, de exemplu, 2313) așezate în ordine crescătoare un șir. Care este al 250-lea termen al acestui șir?
(20 puncte)
- 4) Determinați suma cifrelor numărului:
$$n = (10 + 1)(10^2 + 1)(10^4 + 1)(10^8 + 1)(10^{16} + 1).$$

(20 puncte)
- 5) Câte triplete (x, y, z) cu $x, y, z > 0$ și $\sqrt{x, y(z) + y, z(x) + z, x(y)} \in \mathbf{Q}$ există?
(20 puncte)
- 6) Arătați că $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)+1} \in \mathbf{N}$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$.
(20 puncte)
- 7) Să se determine numerele reale a și b care verifică egalitatea:
$$5a + 2b + 24 = 6\sqrt{5a + 8} + 4\sqrt{2b + 3}.$$

Pentru a și b determinate anterior și $S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2010^2}$, să se arate că S aparține intervalului deschis $(a; b)$.
(20 puncte)
- 8) Care dintre secvențele următoare determină în variabila j lungimea unui șir de caractere care conține cel puțin un caracter diferit de '.' și se termină cu caracterul '.', care este parte a șirului de caractere.
(10 puncte)
- a). `j ← 0`
`executa`
`j ← j + 1`
`CatTimp s[j] <> '.'`
- c). `j ← 0`
`executa`
`j ← j + 1`
`CatTimp s[j] <> '.'`
`j ← j + 1`



b). $j \leftarrow 0$
 executa
 $j \leftarrow j+1$
 CatTimp s[j] = '.'
 $j \leftarrow j-1$

d). $j \leftarrow 0$
 executa
 $j \leftarrow j+1$
 CatTimp s[j] <> '.'
 $j \leftarrow j-1$

9) Se consideră secvența de mai jos scrisă în limbajul C++, în care variabilele k , n și nr memorează numere naturale:

```
cin>>k>>n;
suma=0;
for(int i=1;i<=n;++i)
{
    cin>>nr;
    aux=nr;
    sumexp=0;
    d=2;
    expd=0;
    while(nr%d==0)
        ++expd,nr/=d;
    if(expd)
        ++sumexp;
    for(d=3;d*d<=nr;d+=2)
        if(nr%d==0)
        {
            ++sumexp;
            while(nr%d==0)
                nr/=d;
        }
    if(nr>1)
        ++sumexp;
    if(sumexp>=k)
        suma+=aux;
}
cout<<suma;
```



- a) Care este valoarea afișată de această secvență de program dacă inițial variabila k , n au valorile 3 și 5 și apoi de n ori variabile nr memorează valorile 30 23 13 40 70?
(20 puncte)
- b) Care este valoarea afișată de această secvență de program dacă inițial variabila k , n au valorile 2 și 6 și apoi de n ori variabile nr memorează valorile 36 52 125 1024 46 17?
(20 puncte)
- c) Scrieți un enunț de problemă a cărei rezolvare se poate realiza prin secvența dată.
(10 puncte)



CATEGORIA C

Barem - proba scrisă

1) Rezolvare

$$E(x) = -x^2 + 6x - 8 = -(x - 3)^2 + 1 \leq 1 \quad (10 \text{ puncte})$$

2) Rezolvare

Se cunoaște ca : $1,7 < \sqrt{3} < 1,8 \rightarrow -1,8 < -\sqrt{3} < -1,7 \rightarrow [-\sqrt{3}] = -2$ (10 puncte)

$\{x\} = x - [x]$ deci $\{x\} \in (0,2; 0,3)$ (4 puncte)

Cifra ceruta este 2

3) Rezolvare

Cu cifrele 1,2,3,4 se pot forma 256 de numere (4^4), de la 1111 la 4444 (10 puncte)

In ordine descrescătoare 4444,4443,4442,4441,4434,4433, 4432..... (10 puncte)

4) Rezolvare

$$9n = (10-1)(10+1)(10^2+1)(10^4+1)(10^8+1)(10^{16}+1) = (10^2-1)(10^2+1)(10^4+1)(10^8+1)(10^{16}+1) = \dots = (10^{32}-1) = \underbrace{999 \dots 9}_{\text{de 32 de ori}}$$
 (10 puncte)

Deci $n = \underbrace{1111 \dots 1}_{\text{de 32 de ori}}$ adica suma ceruta este 32 (5 puncte)

Deci $n = \underbrace{1111 \dots 1}_{\text{de 32 de ori}}$ adica suma ceruta este 32 (5 puncte)

5) Rezolvare

$$\overline{x,y(z)} + \overline{y,z(x)} + \overline{z,x(y)} = \frac{100(x+y+z)}{90}$$
 (5 puncte)

$$\sqrt{\overline{x,y(z)} + \overline{y,z(x)} + \overline{z,x(y)}} = \frac{10}{3} \sqrt{\frac{x+y+z}{10}} \in \mathbf{Q} \Rightarrow x+y+z = 10k^2$$
 (5 puncte)

$3 \leq x+y+z \leq 27 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x+y+z = 10$ (5 puncte)

pt $x = 1$ avem 8 soluții, pt. $x = 2$ avem 7 soluții, ..., pt. $x = 8$ avem 1 soluție

$\Rightarrow 1 + 2 + \dots + 8 = 36$ soluții (5 puncte)

6) Rezolvare

Fie $n \in \mathbf{N}$

$n(n+3) = n^2 + 3n$ și $(n+1)(n+2) = n^2 + 3n + 2$ (4 puncte)

Fie $c = n(n+3) \Rightarrow c \in \mathbf{N}$ și $n(n+1)(n+2)(n+3) = c(c+2)$ (8 puncte)



Din $c(c+2)+1=(c+1)^2$ și $\sqrt{(c+1)^2}=c+1$
avem $\sqrt{n(n+1)(n+2)(n+3)}=n(n+3)+1 \in \mathbb{N}$ (8 puncte)

7) Rezolvare

Egalitatea este echivalentă cu $(\sqrt{5a+8}-3)^2+(\sqrt{2b+3}-2)^2=0$ (6 puncte)

$\Rightarrow 5a+8=9 \Rightarrow a=\frac{1}{5}$ (2 puncte)

$2b+3=4 \Rightarrow b=\frac{1}{2}$ (2 puncte)

$$2S = \frac{2}{2^2} + \frac{2}{4^2} + \dots + \frac{2}{2010^2} < \frac{1}{2} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \dots + \frac{2}{2008 \cdot 2010} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2010} = 1 - \frac{1}{2010} < 1$$

$\Rightarrow S < \frac{1}{2}$ (4 puncte)

$$2S > \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \dots + \frac{2}{2010 \cdot 2012} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2010} - \frac{1}{2012} =$$
$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2012} = \frac{1005}{2012}$$

și $S > \frac{1005}{4024} > \frac{1}{5}$ (4 puncte)

Finalizare: $\frac{1}{5} < S < \frac{1}{2}$ (2 puncte)

8) Răspuns: C (10 puncte)

9) Răspuns:
a) 100 (20 puncte)

b) 134 (20 puncte)

c) Un enunț posibil este : Se dă un număr k și un șir cu n elemente, numere naturale nenule. Să se determine suma elementelor șirului pentru care descompunerea în factori primi are cel puțin k factori diferiți. (10 puncte)

CATEGORIA A

Subiect - proba practică

TIP SUBIECT - UTILIZARE

1) Creează pe Desktop un folder cu numele tău. (5p)

Astăzi, vei salva în acest folder toate fișierele realizate.

2) Subiectul “Un paradis al Planetei”

Anul 2023 este anul cifrei 7 deoarece suma cifrelor anului este 7. Magia acestei cifre te face să descoperi cele 7 Minuni ale Lumii Naturale printre care se află și Marea Barieră de Corali. Viețuitoarele marine, care trăiesc aici sunt magnifice: balene, caracatițe, broaște țestoase, pisici de mare, pești viu colorați, meduze, corali tubulari, corali cu ramuri etc.

a) Realizează în **Paint** un desen asemănător cu cel alăturat și colorează-l adecvat. (20p)

b) Continuă desenul și adaugă un paradis acvatic format din 5 viețuitoare marine de, diferite culori. (50p)

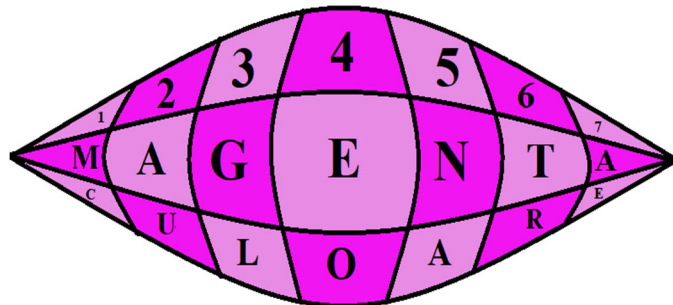
c) Salvează desenul cu numele **Paradis.png**, în folderul cu numele tău, de pe Desktop. (5p)



3) Subiectul “MAGENTA”

a) Realizează un desen din linii curbe care să conțină 21 de celule, ca în desenul alăturat. Completează și colorează celulele ca în imagine. (35p)

b) Salvează desenul final cu numele **magenta.bmp**, în folderul tău, de pe Desktop. (5p)



4) Subiectul “GHICITOARE MATEMATICĂ”

Pe desktop, veți găsi fișierul *puzzle.jpg*, care conține ghicitoarea matematică din **figura 1** de mai jos.

- a) Redimensionați imaginea **puzzle.jpg** la 20 cm lățime și 10 cm înălțime. Folosind părți din imagine, adăugați în dreapta sa, fără a depăși limitele acesteia, imaginea din **figura 2**:

(15p)



Figura 1



Figura 2

- b) Rezolvați ghicitoarea, completând în imaginea **puzzle.jpg**, în dreapta semnului egal, valoarea calculată a fiecărui obiect (mănuși, patine, căciulă), folosind o culoare existentă în acel obiect.

(20p)

- c) Folosind instrumentele disponibile în Paint, desenați la alegere un obiect specific sporturilor de iarnă, de dimensiuni asemănătoare obiectelor din desenul **puzzle.jpg**, care să aibă un aspect plăcut, și salvați-l în folderul de lucru cu numele **obiect.jpg**.

(15p)

- d) Considerăm că valoarea obiectului creat de voi este aceeași cu valoarea **patinelor**, obținută de voi în urma rezolvării ghicitorii. Folosind părți din imaginea **puzzle.jpg** și obiectul desenat de voi în **obiect.jpg**, desenați în partea de jos a desenului **puzzle.jpg**, fără a depăși limitele acestuia, o nouă linie cu un calcul matematic care să folosească obiectele existente **mănuși** și **căciulă**, dar și pe cel creat de voi, al cărui rezultat să fie 13.
(30p)



CATEGORIA A

Barem - proba practică

TIP SUBIECT - UTILIZARE

1. 5 puncte creare folder cu numele concurentului

2. Subiectul “Un paradis al Planetei” - 75 puncte:

- a. **10 puncte** realizarea desenului din subiect,
10 puncte colorarea desenului din subiect
- b. **50 puncte** (5 x 5p realizarea unei viețuitoare marine,
5 x 5p, utilizarea unor culori diferite pentru fiecare)
- c. **5 puncte** salvare fișier cu denumire și extensie cerute (Se acordă doar **3 puncte** pentru salvarea parțial corectă).

3. Subiectul “MAGENTA” – 40p

a. 35 puncte

- **10 puncte** folosirea unor linii curbe (instrumental adecvat). Se vor acorda doar **5 puncte** pentru realizarea desenului prin alte mijloace, dar mai puțin precise.
- **5 puncte** pentru realizarea a 21 de celule
- **5 puncte** pentru folosirea culorilor ca în subiect
- **5 puncte** pentru realizarea primei linii
- **5 puncte** pentru realizarea celei de-a doua linii
- **5 puncte** pentru realizarea celei de-a treia linii

- b. **5 puncte** salvare fișier cu denumire și extensie cerute (Se acordă doar **3 puncte** pentru salvarea parțial corectă).

4. Subiectul “GHICITOARE MATEMATICĂ” – 80p

- a. **15 puncte:** redimensionare imagine : lățime **5 puncte**, înălțime **5 puncte** , copiere imagine - **5 puncte**
- b. **20 puncte:** **5 puncte** pentru fiecare valoare calculată și scrisă , utilizare culoare din obiect – **5 puncte**.
- c. **15 puncte:** **5 puncte** creare obiect, **5 puncte** păstrare aproximativă a dimensiunii, **5 puncte** salvare (**3 puncte** pentru salvarea parțial corectă).
- d. **30 puncte** : **20 puncte** desenarea unei expresii a cărei valoare să fie 13 (se acordă doar **10 puncte** pentru desenarea unei expresii cu valoare diferită de cea cerută); **5 puncte** pentru păstrarea limitelor desenului; **5 puncte** pentru poziția expresiei



CATEGORIA A

Subiect - proba practică

TIP SUBIECT – PROGRAMARE

1) Problema – Numere

(100 puncte)

Ana și Mihai sunt doi frați pasionați de matematică. Anei îi plac numerele cu toate cifrele pare, iar lui Mihai îi plac numerele cu toate cifrele impare. Ei doi copii se joacă cu nouă cuburi, pe fiecare cub fiind scrisă câte o cifră: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 și 8. Din cele nouă cuburi Ana și Mihai aleg trei cuburi cu care formează un număr N cu exact trei cifre. În continuare, cei doi se uită la fiecare cifră în ordine (sute, zeci, unități) și dacă cifra este pară, Ana o scrie așa cum este și Mihai scrie cifra impară următoare, iar dacă este cifra este impară, Ana scrie cifra pară următoare și Mihai o scrie așa cum este, fiecare copil formând astfel câte un nou număr cu exact trei cifre.

Cerințe:

Scrieți un program care citește din fișierul `numere.in` numărul natural N de exact 3 cifre distincte și afișează în fișierul `numere.out`

1. Cel mai mare dintre cele două numere obținute de Ana și Mihai.
2. Diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr dintre cele două numere obținute de Ana și Mihai

Date de intrare:

Din fișierul `numere.in` se citesc: numărul natural N format din exact 3 cifre distincte și un număr C reprezentând numărul cerinței (C poate fi 1 sau 2).

Date de ieșire:

Dacă C este egal cu 1, pe prima linie din fișierul `numere.out` va fi afișat cel mai mare dintre cele două numere obținute de Ana și Mihai.

Dacă C este egal cu 2, pe prima linie din fișierul `numere.out` va fi afișată diferența dintre cel mai mare și cel mai mic număr dintre cele două numere obținute de Ana și Mihai.



Exemple:

numere.in	numere.out	Explicație
725 1	826	Cifra sutelor este 7, deci Ana scrie 8 și Mihai scrie 7. Cifra zecilor este 2, deci Ana scrie 2 și Mihai scrie 3. Cifra unităților este 5, deci Ana scrie 6 și Mihai scrie 5. Prin urmare, Ana obține numărul 826 și Mihai obține numărul 735. Dintre acestea 826 este cu 91 mai mare decât 735.
725 2	91	



2) Problema: Calcule

(100 puncte)

Se citesc 3 numere a , b și n , numere naturale.

Cerințe

1. Să se afișeze cel mai mare rest care se poate obține împărțind toate numerele cuprinse între a și b (inclusiv a și b) la n ;
2. Să se afișeze suma tuturor resturilor care se pot obține prin împărțirea tuturor numerelor cuprinse între a și b (inclusiv a și b) la n .

Date de intrare

În fișierul `calcule.in` se află, pe prima linie, 4 valori, C , a , b , n separate printr-un spațiu. Pentru $C = 1$, se rezolvă doar cerința 1, iar pentru $C = 2$, se rezolvă doar cerința 2.

Date de ieșire

- * Dacă $C = 1$, atunci se va rezolva prima cerință. În fișierul de ieșire `calcule.out` se afișează cel mai mare rest, conform cerinței;
- * Dacă $C = 2$, atunci se va rezolva a doua cerință. În fișierul de ieșire `calcule.out` se afișează suma tuturor resturilor, conform cerinței.

Restricții și precizări

- * Pentru 30% din teste, n , a , $b \leq 100\ 000$;
- * $1 \leq a < b \leq 10\ 000\ 000$;
- * Pentru 70% din teste, n este cuprins între $100\ 000$ și $1\ 000\ 000\ 000$;

Exemple

<code>calcule.in</code>	<code>calcule.out</code>	Explicații
1 20 30 12	11	Împărțind numerele de la 20 la 30 cu numărul 12, obținem resturile: $\{8,9,10,11,0,1,2,3,4,5,6\}$. Cel mai mare rest este 11.
2 10 20 12	57	Împărțind numerele de la 10 la 20 cu numărul 12, obținem resturile: $\{10,11,0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Suma acestor resturi este 57.



CATEGORIA A

Barem - proba practică

TIP SUBIECT - PROGRAMARE

1) Problema – Numere

O variantă posibilă este:

```
#include <fstream>
using namespace std;
ifstream f("numere.in");
ofstream g("numere.out");
int main()
{
    int a,b,n,s,z,u,c,dif;
    f>>n>>c;
    f.close();
    u=n%10;
    z=n/10%10;
    s=n/100;
    a=0;b=0;
    if(s%2==0)    a=a*10+s, b=b*10+(s+1);
                 else    a=a*10+(s+1), b=b*10+s;
    if(z%2==0)    a=a*10+z, b=b*10+(z+1);
                 else    a=a*10+(z+1), b=b*10+z;
    if(u%2==0)    a=a*10+u, b=b*10+(u+1);
                 else    a=a*10+(u+1), b=b*10+u;
    if(a>b)    n=a,dif=a-b;
              else    n=b, dif=b-a;
    if(c==1)    g<<n;
              else    g<<dif;
    g.close();
    return 0;
}
```



2) Problema – Calcule

Cerința 1:

Soluția poate fi împărțită, în urma unor observații, în mai multe cazuri:

- Dacă $n > b$, atunci cel mai mare rest este b ;
- Dacă $a < n \leq b$, atunci cel mai mare rest este $n - 1$;
- Dacă $a \% n \geq b \% n$, atunci cel mai mare rest este $n - 1$;
- Dacă $a \% n < b \% n$, atunci se disting 2 cazuri:
 - Dacă $a + b > n$, atunci cel mai mare rest este $n - 1$;
 - Altfel, cel mai mare rest este $b \% n$;

Desigur, pot să existe soluții cu mai puține cazuri care să obțină punctaj maxim.

Cerința 2:

Observăm că șirul resturilor este periodic: se repetă la infinit secvența $\{0, 1, \dots, n-1\}$.

Soluția oficială calculează rezultatul ca diferență între suma resturilor de la 1 la b și suma resturilor de la 1 la $a-1$.

O soluție posibilă este:

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
ifstream f("calcul.in");
ofstream g("calcul.out");

long long a, b, n, z, C, nr, nr2, t, t2, x;
int main()
{
    f >> C >> a >> b >> n;
    if (C == 1)
    {
        if (n > b)
            g << b;
        else if (n >= a and n <= b)
            g << n - 1;
        else if (a % n >= b % n)
```



```
    g << n - 1;
else if (a % n < b % n)
{
    if (a + n > b)
        g << b % n;
    else
        g << n - 1;
}
}
if (C == 2)
{
    x = n - 1;
    t = b % n;
    nr = b / n;
    t2 = (a - 1) % n;
    nr2 = (a - 1) / n;
    z = nr * (x * (x + 1) / 2) + t * (t + 1) / 2 - nr2 * (x * (x + 1) / 2) - t2 * (t2 + 1)
/ 2;
    g << z;
}
return 0;
}
```



CATEGORIA B

Subiect - proba practică

1) Problema: INFLUENT

Se dă un șir cu n numere naturale aflate pe poziții de la 1 la n .

Definim influența unui număr (notată de noi cu k) ca fiind egală cu numărul de factori care apar în scrierea sa ca produs de numere prime. De exemplu, influența numărului 24 este 4, pentru că $24=2*2*2*3$. Când își manifestă influența, un număr din șir afectează elementul de pe poziția sa, elementele de pe cele cel mult k poziții din stânga sa și elementele aflate pe cele cel mult k poziții din dreapta sa. Toate aceste valori se măresc cu k .

Pentru fiecare poziție p de la 1 la n , numărul aflat în șirul inițial pe poziția p își manifestă o singură dată influența. Toate aceste operații au loc în același timp.

Cerințe:

- 1) Care este cel mai mare număr prim din șirul inițial?
- 2) Care este suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr din șirul obținut după ce toate numerele din șirul inițial își manifestă influența?

Date de intrare:

Fișierul de intrare **influent.in** conține pe prima linie o valoare c care poate să fie doar **1** sau **2**, Pe a doua linie este un număr natural nenul n , pe a treia linie un șir de n numere naturale nenule, separate prin câte un spațiu.

Date de ieșire:

Dacă valoarea lui c este **1**, atunci **se va rezolva numai punctul 1** din cerință. În acest caz, fișierul de ieșire **influent.out** va conține pe prima linie, numărul cerut.



Dacă valoarea lui c este **2**, se va rezolva numai **punctul 2** din cerință. În acest caz, fișierul de ieșire **influent.out** va conține pe prima linie valoarea sumei cerute.

Restricții:

- n este număr natural, $1 \leq n \leq 50000$
- numerele de pe linia a treia a fișierului sunt numere naturale cuprinse între 2 și 100000
- Pentru 12 puncte avem $c = 1$ și toate numerele din șir sunt prime
- Pentru alte 22 puncte $c = 1$
- Pentru 28 puncte avem $c = 2$ și toate numerele din șir sunt prime
- Pentru 38 puncte avem $c = 2$

Exemple:

influent.in	influent.out	Explicații
1 6 291 11 992 456 71 13	2	Cerința este 1. Cel mai mare număr prim din șir este 71.
2 5 12 10 100 5 6	125	Cerința este 2. De exemplu, numărul aflat în șirul inițial pe poziția a 2-a, cu valoarea 10, are influența 2 ($10 = 2 \cdot 5$) și afectează valoarea de pe poziția 2 (poziția sa), valoarea de pe poziția 1 și valorile de pe pozițiile 3 și 4. Observăm că în stânga este afectată o singură valoare întrucât sunt mai puțin de k valori. Șirul final este: 21 19 112 17 13 Suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr din acesta este $13 + 112 = 125$

Memorie: 64M Timp: 0.3 sec Dimensiunea maximă a sursei: 10 KB



2) Problema: SECVENȚE 01

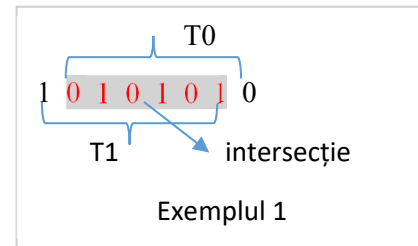
Se citește un șir cu N valori 0 și 1.

Numim secvență alternantă a șirului dat, o succesiune de cel puțin 3 termeni aflați pe poziții consecutive în șir, în care termenii alăturați au valori diferite.

Spunem că o secvență alternantă este secvență T_0 , dacă începe și se termină cu 0. De exemplu 0 1 0 1 0 sau 0 1 0 sunt secvențe T_0 .

Spunem că o secvență alternantă este secvență T_1 , dacă începe și se termină cu 1. De exemplu 1 0 1 0 1 sau 1 0 1 sunt secvențe T_1 .

Spunem că două secvențe T_0 și T_1 se intersectează dacă au elemente comune.



Cerință

1) Afișați numărul de elemente al celei mai lungi secvențe de elemente egale cu 0.

2) Alegeți două secvențe, una T_0 și alta T_1 , astfel încât secvența determinată de intersecția acestora să fie cea mai lungă. Afișați poziția de început și poziția de sfârșit a secvenței de elemente corespunzătoare acestei intersecții. Dacă există mai multe astfel de secvențe, se alege secvența cea mai din stânga.

Date de intrare:

În fișierul **secv01.in** se află pe prima linie, două valori C și N separate printr-un spațiu. Pe a doua linie N valori 0 și 1 reprezentând elementele șirului. Pentru $C = 1$ se rezolvă doar cerința 1 iar pentru $C = 2$ se rezolvă doar cerința 2.

Date de ieșire

- Dacă $C = 1$, atunci se va rezolva doar prima cerință, în fișierul **secv01.out** se afișează lungimea secvenței găsite.

- Dacă $C = 2$, atunci se va rezolva doar a doua cerință, în fișierul **secv01.out** se vor afișa două numere naturale i și j cu semnificația, i este poziția de început iar j este poziția de sfârșit a secvenței intersecție determinată.

- **Restricții și precizări**

- $4 \leq n \leq 100000$

- Se garantează existența în șir de secvențe T_0 și T_1



Exemple

Date de intrare	Date de ieșire	Explicație
1 14 0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0	3	0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0
2 23 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0	12 16	0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 Intersecția dintre o secvență T0 și una T1 generează secvența de lungime maximă care începe de la poziția 12 și se termină la poziția 16.

Timp de execuție 0.1 secunde

Limită de memorie 5 MB



CATEGORIA B

Barem - proba practică

1) Problema: INFLUENT

Prima cerință - (34p)

Pentru prima cerință, se parcurge șirul și se calculează numărul prim cu valoare maximă. Cea mai simplă situație este cea în care toate numere din șir sunt deja prime (așa cum se specifică la restricții), situație în care se calculează cel mai mare număr din șir în $O(n)$.

Pentru a ne da seama dacă un număr este prim, putem folosi o descompunere în $O(\sqrt{x})$ sau ciurul lui Eratostene.

A doua cerință - (66p)

Pentru a doua cerință, când toate numerele din șir sunt prime, se observă că fiecare influențează fix 3 numere (pe el însuși și vecinii săi).

Altfel, dacă numerele sunt compuse, acestea trebuie descompuse în factori primi tot prin $O(\sqrt{x})$ calculându-se k numărul de divizori primi. După, pentru poziția i se iterează de la $i - k$.. $i + k$ și se adaugă k în alt vector. După care, se afișează suma dintre minimul și maximul din noul vector.

O soluție posibilă este:

```
#include <fstream>
using namespace std;
ifstream f("influent.in");
ofstream g("influent.out");
int c,n,i,j, v[100001],vf[100001],s[100001],k,st,dr,x,mxprim,MX,MN,
nrd,d;
int influenta(int x)
{
    int ct,d,p;
```



```
d=2;ct=0;
while(x>1)
  {p=0;
  while(x%d==0)
    {x=x/d;
    p++;
    }
  ct+=p;
  if(d==2) d=3;
  else d=d+2;
  if(d*d>x && x>1) d=x;
  }
return ct;
}
int main()
{f>>c;
if(c==1)
  {f>>n;
  for(i=1;i<=n;i++)
    {f>>x;
    int ok=1;
    if(x<2) ok=0;
    else if(x==2 ) ok=1;
    else if(x%2==0) ok=0;
    else for(int d=3;d*d<=x && ok==1;d=d+2)
      if(x%d==0) ok=0;
    if(ok==1 && mxprim<x) mxprim=x;
    }
  g<<mxprim<<'\n';
  }
else
  {f>>n;
  for(i=1;i<=n;i++)
    { f>>v[i];
    if(vf[v[i]]==0) vf[v[i]]=influenta(v[i]);
    k=vf[v[i]];
    if(i-k<1) st=1;
    }
```

```

        else st=i-k;;
        if(i+k>n) dr=n;
        else dr=i+k;
        s[st]=s[st]+k;
        s[dr+1]=s[dr+1]-k;
    }
    for(i=1;i<=n;i++) {s[i]=s[i]+s[i-1];
        v[i]=v[i]+s[i];
    }
    MN=1000000;
    for(i=1;i<=n;i++) {if(MX<v[i]) MX=v[i];
        if(MN>v[i]) MN=v[i];
    }
    g<<MX+MN;
}
}

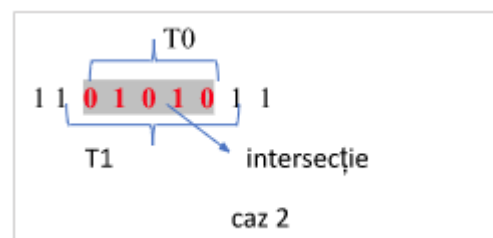
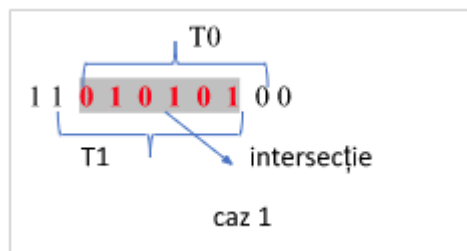
```

2) Problema: SECVENȚE 01

Descrierea soluției

Prima cerință presupune calculul lungimii maxime a unei secvențe de valori zero consecutive.

La a doua cerință observăm că este suficient să găsim secvența maximă T0 sau T1. Orice secvență de acest tip este în același timp și secvență T0 și T1, evident de lungimi diferite. Trebuie avute în vedere cazurile particulare precum cele din exemplele de mai jos





CATEGORIA C

Subiect - proba practică

1) Problema - Foaia

Avem o foaie de matematică de lățime L și înălțime H , adică L pătrățele pe orizontală și H pătrățele pe verticală. Pătrățelele au latura 1. Sunt așadar $L+1$ linii verticale și $H+1$ linii orizontale (considerând și liniile de pe marginea foii). Linia cea mai din stânga considerăm că este suprapusă pe axa OY iar linia cea mai de jos este suprapusă pe axa OX . Foaia este colorată cu roșu, de jos în sus, la fiecare coloană de pătrățele, până la o anumită înălțime. Deasupra este alb. Orice pătrățel, fie a fost colorat în întregime roșu, fie a rămas alb. Trebuie trasată o linie frântă, formată din segmente de lungime 1 care să îndeplinească proprietățile:

- Pornește din punctul de coordonate $0,0$;
- Se termină în punctul de coordonate $L,0$;
- Este continuă;
- Este formată doar din segmente orizontale și verticale suprapuse peste laturile pătrățelelor;
- Orice segment trasat are maxim un pătrățel vecin (dintre cele două aflate de o parte și de alta a sa) colorat cu roșu;
- Pot exista segmente de lungime 1, unul în prelungirea altuia, consecutive pe linia trasată, ca în exemplu;

Notăm cu B numărul de pătrățele albe ce rămân "sub" linia trasată.

Determinați A = lungimea **minimă** a unei astfel de linii. Determinați și valoarea B minimă pentru care putem trasa o linie de lungime A .

Date de intrare

Fișierul foaia.in conține pe prima linie un număr natural C reprezentând cerința. Pe a doua linie se află două numere naturale, L și H . Pe următoarele L linii se găsește câte un număr natural nenul reprezentând numărul de pătrățele roșii de pe coloana respectivă (pătrățelele roșii sunt așadar în partea de jos a coloanei, fără să fie intercalate de pătrățele albe).



Date de ieșire

Fișierul foaia.out conține pe primul rând doar numărul A dacă în fișierul de intrare avem $C = 1$, respectiv doar numărul B dacă avem la intrare $C = 2$.

Restricții

- $1 \leq L \leq 100000$
- $1 \leq H \leq 1000000$
- Valorile din șir sunt naturale, mai mici sau egale cu H
- Pentru teste în valoare de 34 puncte avem $C = 1$

Exemplu

foaia.in	foaia.out	
1	12	
4 5		
2 4 1 2		
2	1	
4 5		
2 4 1 2		

Memorie: 64M Timp: 0.1 sec Dimensiunea maximă a sursei: 10 KB



2) Problema - Prime

Dornic să apară în probleme după mai mulți ani de așteptare, Micul Gates decide să joace următorul joc cu numere. Se consideră o mulțime de numere care la început este vidă.

Asupra acesteia se pot aplica următoarele tipuri de operații:

- 1 x - Se adaugă numărul x în mulțime
- 2 y - Se scot toate numerele divizibile cu (numărul prim) y din mulțime
- 3 - Se dorește aflarea cardinalului mulțimii

Cerința

Scrieți un program care determină rezultatele la operațiile de tipul 3:

Date de intrare

Pe prima linie a fișierului prime.in se află un număr N . Pe următoarele N linii se află câte o operație după structura explicată anterior.

Date de ieșire

Fișierul prime.out conține câte o linie cu valoarea determinată pentru fiecare cerință de tipul 3, în ordinea în care acestea apar în fișierul de intrare.

Restricții și precizări

- Numărul de operații $3 \leq N \leq 3 * 10^5$, și există cel puțin o operație de tipul 3.
- $2 \leq x \leq 2 * 10^6$
- $2 \leq y \leq 2 * 10^6$
- Pentru 30 puncte, $N \leq 10^3$
- Toate numerele adăugate în mulțime prin operația de tipul 1 sunt diferite între ele.



Exemplu

<i>prime.in</i>	<i>prime.out</i>	<i>Explicație</i>
6 1 10 1 3 1 5 3 2 5 3	3 1	<p>Inițial mulțimea este vidă. Primele 3 operații de tipul 1 adaugă pe rând 10, 3, și 5.</p> <p>Următoare linie reprezintă o cerință de tipul 3, la care răspunsul este 3, reprezentând cardinalul mulțimii {10, 3, 5}.</p> <p>Operația de pe linia următoare face să se scoată din mulțime numerele divizibile cu 5, adică {10, 5}, deci la următoare operație de tip 3, mulțimea un element.</p>

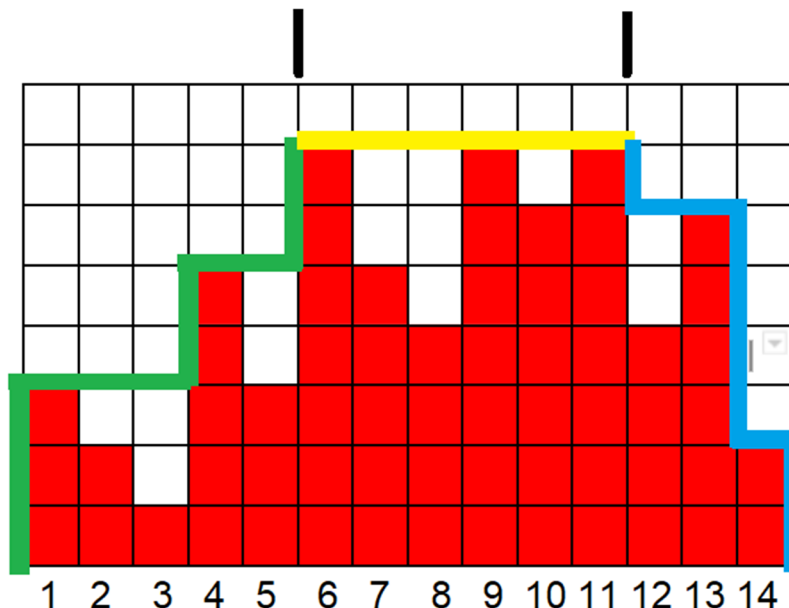
Memorie: 64M **Timp:** 0.5 sec **Dimensiunea maximă a sursei:** 10 KB

CATEGORIA C

Barem - proba practică

1) Problema - Foaia - descrierea soluției

Să considerăm desenul de mai jos.



Pentru a realiza o linie de lungime minimă la cerința 1 observăm că nu este optim să coborâm și apoi să urcăm iarăși. Astfel ne rămâne doar varianta de a urca până la maxim și apoi trebuie oricum să coborâm pentru a ajunge la final la marginea de jos a foii. Astfel, coborârea o putem începe la ultima poziție pe care se află maximul.

Traseul liniei frânte îl împărțim în trei zone, vizibile în desen:

- Cea verde care urcă până la prima apariție a maximului și care își schimbă direcția la fiecare maxim intermediar (maxim intermediar = atunci când se schimbă maximul în cadrul algoritmului de calcul al său la parcurgerea vectorului element cu element).
- Cea galbenă, este orizontală, între prima și ultima apariție a maximului
- Cea albastră, explicație simetrică față de cea verde prima, dar pe maxime parțiale începând din dreapta.

Observăm că de fapt pe orizontală sunt L segmente iar pe verticală $2 * M$ segmente, unde M este valoarea maximă din vector. Cu aceasta, cerința 1 se rezolvă foarte ușor: se determină maximul din vector și se afișează $2 * M + L$.



Pentru cerința 2 observăm că la fiecare poziție i între 1 și L este suficient să adunăm la soluție valoarea $m-v[i]$, unde m este maximul intermediar calculat din stânga pentru pozițiile i mai mici decât prima poziție unde apare maximul din vector, respectiv maximul intermediar calculat din dreapta pentru pozițiile i mai mari decât ultima poziție pe care se află maximul din vector.

Pentru pozițiile dintre prima și ultima apariție a maximului din vector se adună la soluție valoarea $M-v[i]$.

O soluție posibilă este:

```
#include <fstream>
#define nmax 100005
using namespace std;
int v[nmax], r[nmax];
int main()
{
    int c, l, h, m = 0;
    ifstream f("foaia.in");
    ofstream g("foaia.out");
    f >> c >> l >> h;
    for (int i = 1; i <= l; i++) {
        f >> v[i];
        m = max(m, v[i]);
    }
    if (c == 1) {
        g << m * 2 + l;
    }
    else {
        int i, j;
        for (i = 1; i <= l; i++) {
            r[i] = max(r[i - 1], v[i]);
            if (v[i] == m)
                break;
        }
        for (j = l; j >= 1; j--) {
            r[j] = max(r[j + 1], v[j]);
            if (v[j] == m)
                break;
        }
    }
}
```



```
}  
for (int k = i; k <= j; k++)  
    r[k] = m;  
int sol = 0;  
for (int k = 1; k <= l; k++)  
    sol += r[k] - v[k];  
g << sol << '\n';  
}  
return 0;  
}
```

2) Problema - Prime - descrierea soluției

Se păstrează pentru fiecare număr prim o lista simplu înlănțuită, un *std::vector*, cu toate numerele divizibile cu acesta din mulțime în acel moment. Astfel, în momentul în care se adaugă un număr, acesta se adaugă în lista fiecărui divizor prim și se incrementează *cnt*. Pentru o operație de tipul 3, se afișează *cnt*.

Când se scot toate numerele divizibile cu un prim *y*, se verifica lista lui *y* și se decrementează *cnt* pentru multiplii lui *y* găsiți.

Pentru a nu decrementa de mai multe ori *cnt* pentru același număr, se poate folosi un vector de frecvență (toate numerele sunt distincte) pentru a verifica dacă un număr a fost scos deja.

O posibilă optimizare poate fi să construim un șir asemănător cu ciurul lui Eratostene în care să calculăm un divizor prim pentru fiecare număr.

O soluție posibilă este:

```
#include <fstream>  
using namespace std;  
int v[300010];  
int n, m, i, j, k, x, op;  
int main () {  
    ifstream fin ("prime.in");  
    ofstream fout ("prime.out");  
    fin >> n;
```



```
for (i=1;i<=n;i++) {
    fin>>op;
    if (op == 3) {
        fout<<m<<"\n";
    }
    if (op == 1) {
        fin>>x;
        m++;
        v[m] = x;
    }
    if (op == 2) {
        fin>>x;
        for (j=1;j<=m;j++)
            if (v[j] % x == 0) {
                for (k=j;k<m;k++)
                    v[k] = v[k+1];
                m--;
                j--;
            }
    }
}

return 0;
}
```